الفصل الثاني : (نظرية الزمر)

الزمرة : وهي من اهم عناصر البنى الجبرية .

الجبر : هو مجموعة غير خالية معرف عليها قانون تشكيل داخلي واحد او اكثر .

$$G \times G \xrightarrow{\text{تطبيق}} G \qquad a, b \in G$$

كل تطبيق من الشكل السابق يسمى قانون تشكيل داخلي .

تعريف الزمرة :

هي مجموعة غير خالية $G \neq \phi$ معرف عليها قانون تشكيل داخلي (.)
تحقق الخواص التالية :

1) (.) تجميعية

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

2) وجود محايد بالنسبة لـ (.)

$$e.x = x.e = x \quad \forall x \in G$$

الصفر بالنسبة للجمع حيادي .

الواحد بالنسبة للضرب حيادي .

3) مهما يكن $x \in G$ يوجد نظير $x^{-1} \in G$

$$x.x^{-1} = x^{-1}.x = e.$$

$(Z, +)$, $(Q, +)$, $(R, +)$, $(C, +)$ ← زمر تبديلية

$(Z, .)$ ليست زمرة ؟

بسبب غياب النظير وتسمى Simple Group .

$(Q^*, .)$, $(R^*, .)$, $(C^*, .)$ زمرة .

$$\left(\left[\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} ; a, b, c, d \in Z \right], + \right)$$

زمرة بالنسبة لعملية الجمع المصفوفات.

Subject | Date |

$\left(\left\{\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} ; ad-bc \neq 0 ; a,b,c \in R\right\}, \cdot\right)$

زمرة بالنسبة لعملية ضرب المصفوفات .

$\left(\left\{\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} ; ad-bc = 1 ; a,b,c,d \in Z\right\}, \cdot\right)$

زمرة بالنسبة لعملية ضرب المصفوفات .

$(Z_n, +)$ زمرة .

$(a+b) \bmod n$

$a \bmod n + b \bmod n$

- العنصر المحايد في أي زمرة وحيد .
- نظير أي عنصر وحيد .
- قانون الاختصار في الزمر محقق دوماً .

$\forall a, b, c \in G, \ ab = ac \Rightarrow b = c$

- نظير نظير العنصر هو العنصر نفسه .

$(a^{-1})^{-1} = a$

$\forall a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n \in G$

$(a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n)^{-1} = a_1^{-1} \cdot a_2^{-1} \cdot a_3^{-1} \ldots a_n^{-1}$

$(G, \cdot)$ زمرة ما

$\phi \neq H \subseteq G$

H زمرة جزئية من G

1 داخلية $(\cdot)$

2 أياً كان $a, b \in H \Leftarrow a, b \in H$

• أياً كان $c \in H \Leftarrow c^{-1} \in H$

3 أياً كان $a, b \in H \Leftarrow ab^{-1} \in H$

انتهت المحاضرة الثالثة ...